Becas Bicentenario
Para carreras científicas y técnicas

**Programa de Acciones Complementarias**

**PRIMER ENCUENTRO 2011**

---

# La matemática como herramienta en el trabajo experimental.

## 1. Los números y los números aproximados.

En matemática cuando se habla de números se sobrentiende que son **exactos**.
Cuando decimos que **dos números son iguales** estamos sobrentendiendo que son el mismo número. La igualdad se toma como sinónimo de identidad.

Por ejemplo cuando pedimos a nuestros alumnos calcular la longitud de una circunferencia de radio 1 pretendemos que respondan que tiene longitud $2\pi$ .
Cuando se habla del número 1 y del número 1,00 decimos que estamos hablando del mismo número.

Pero no es lo mismo decir que cierta circunferencia tiene radio 1m que decir que su tiene radio 1,00m.

**Nos preguntamos:**

- **¿Por qué 1m$\neq$1,00m?**
- **¿1m= 100cm?**
- **¿$\pi$ = 3,14?**
- **En el cálculo de la longitud de una circunferencia: ¿qué se entiende cuando se dice r = 1? ¿Y cuando se dice r = 1m?
¿Y cuando se dice r = 1,00 m?**

En principio distingamos entre números exactos y números aproximados.
Los números **aproximados** pueden resultar de redondeos de números decimales, que pueden ser tanto racionales como irracionales, o de resultados de mediciones de ciertas magnitudes (idealmente exactas).

Las **medidas** de las diferentes magnitudes físicas que intervienen en una experiencia dada, ya se hayan obtenido de forma directa o a través de su relación mediante una fórmula con otras magnitudes medidas directamente, nunca pueden ser exactas. Ello se debe a las propias imperfecciones de los objetos, a los defectos de construcción de los instrumentos de medida y a los errores que se cometen en la manipulación de estos instrumentos.
Las medidas físicas resultan estimaciones lo “suficientemente buenas” para cuestiones de carácter práctico o de interés científico.

En matemática los diferentes contextos de uso delimitan significados específicos, que llevan a distintas definiciones de la noción de igualdad, no siendo posible privilegiar ninguna de ellas.
No existe una única definición de igualdad; esto es, dados dos números reales a y b, no hay una sola forma de responder a la pregunta: ¿a y b representan al mismo número?

Para contestar esta pregunta se debe explicitar un dominio matemático de trabajo: la aritmética, el álgebra, la teoría de funciones, **R** como cuerpo ordenado, **R** como espacio métrico, **R** como espacio topológico, el análisis y cálculo numérico, etc.
La igualdad entre dos números reales a y b queda determinada por restricciones específicas a dicho dominio.

Por ejemplo:

- Definición (Igualdad como equivalencia): Dos números reales a y b son iguales, y se denota con a = b, si representan la misma clase;
  Esto es: a = b $\Leftrightarrow \{a\} \equiv \{b\}$

- Definición (Igualdad de orden): Dos números reales a y b son iguales, y se denota con a = b, si la relación de orden $\leq$ en **R** cumple para ellos la propiedad antisimétrica.
  Esto es: a = b $\Leftrightarrow a \leq b \text{ y } b \leq a$

- Definición (Igualdad métrica): Dos números reales a y b son iguales, y se denota con a = b, si la distancia entre ambos es nula;
  Esto es: a = b $\Leftrightarrow d(a,b) = |a-b| = 0$

- Definición (Igualdad como proceso de paso al límite): Dos números reales a y b son iguales, y se denota con a = b, si y sólo si $|a-b| < \varepsilon$ , $\forall \varepsilon > 0$ .

- **En un contexto que requiera la aceptación de un margen de error, sea que lo requiera la naturaleza del problema o el instrumento de cálculo se admite la siguiente definición de igualdad:**

| |
|---|
| **Sea $\varepsilon$ una tolerancia de error admitido, (a = b) si y sólo** $|a-b| < \varepsilon$ |

Volver a las preguntas planteadas y precisar las respuestas:

- **¿Por qué 1m $\neq$ 1,00m?**
- **¿1m= 100cm?**
- **¿$\pi$ = 3,14?**
- **En el cálculo de la longitud de una circunferencia: ¿qué se entiende cuando se dice r = 1? ¿Y cuando se dice r = 1m?
  ¿Y cuando se dice r = 1,00 m?**

## 2. Manipulación de números aproximados.

Para la matemática la precisión de un número resultante de una aproximación depende de la cantidad de cifras significativas. Cuando un resultado se escribe de modo que todas sus cifras son significativas, proporciona por sí mismo información sobre la precisión de la medida.

Las **cifras significativas**, son las que quedan luego de suprimir los eventuales ceros que figuren a su izquierda en un número que se obtiene en la lectura de un instrumento de medición o de redondear un número exacto.

La cantidad de dígitos en un número obtenido de una medición, depende del tamaño de las subdivisiones de la escala del instrumento de medida. Al dividir masa/volumen el resultado se debe aproximar con la precisión de los instrumentos considerados, y no tiene sentido dar una aproximación mayor al resultado (el número de cifras significativas de un cociente, entre datos que corresponden a resultados de medidas no puede ser superior al de cualquiera de los datos)

Todas las cifras que figuran en un resultado deben ser significativas, el operar no posibilita mejorar la precisión del resultado.

### 2.1. Estudio de la confiabilidad de los datos:

Nos preguntamos: ¿la estimación obtenida para $\delta$ se puede considerar como "suficientemente buena"? ¿Hasta qué punto o en qué grado el resultado obtenido es confiable?

Se pretende asociar al resultado de una medida un valor complementario que indica la **calidad de la medida** o su **grado de precisión**.

Para ello:
Se compara el valor $a$, que aproxima la densidad, obtenido en esta experiencia con el valor $\delta$ obtenido de la tabla periódica de los elementos.

**2.1.1.** Se sugiere calcular el **error absoluto** para tener la diferencia existente entre el valor calculado y el valor verdadero. Se realiza la diferencia absoluta entre el valor experimental y el valor verdadero de la medida: $E_a = |\delta - a|$.
$E_a$ es el llamado error absoluto de la aproximación.

**2.1.2.** También se sugiere calcular el llamado **error relativo**, que expresa la relación entre el error absoluto y el verdadero valor, así: $E_r = \frac{E_a}{\delta}$.
El error relativo se suele expresar en términos de porcentaje de error:

$$100E_r\% = 100\frac{E_a}{\delta}\%.$$

En general, si el error es "pequeño" comparado con la magnitud de la cantidad medida, se dice que **la medida es exacta**.

Los instrumentos de laboratorio de uso común no deben superar en sus medidas el 5% de error relativo.

Retomando la definición de igualdad, que dimos previamente, en un contexto que requiera la aceptación de un margen de error, decimos:

| |
|---|
| **Sea $\varepsilon$ una tolerancia de error admitido, (a = b) si y sólo** $\lvert a-b \rvert < \varepsilon$ |

Y considerando la tolerancia $\varepsilon = E_a = E_r . \delta$ **, si** resulta $\varepsilon$ menor que 0,05 se estaría en condiciones de afirmar que:

| |
|---|
| **(** $a$ **=** $\delta$ **) si y sólo** $\lvert a-\delta \rvert \leq \varepsilon$ **, siendo** $\varepsilon = E_a$ **la tolerancia de error admitido,** |

**2.1.3. En nuestro trabajo experimental, con los valores que se obtuvieron:**
**¿Se puede concluir que** $\delta = a$ **siendo** $a$ **la aproximación calculada de la densidad** $\delta$ **?**

**Bibliografía:**


- http://www.utadeo.edu.co/comunidades/estudiantes/ciencias_basicas/quimica.php
- Cálculos con números aproximados:

  http://www.sapiensman.com/matematicas/matematicas12.htm
- Errores en física:

  http://www.fisicanet.com.ar/fisica/mediciones/ap01_errores.php
- Igualdad en matemática:

  http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/igualdad_wilhelmi.pdf

- Elementos de Matemática - Alfredo Novelli
- Estimación en cálculo y medida. Segovia Isidoro, Castro Enrique, Castro Encarnación, Rico Luis. Ed Síntesis. Madrid 1998.